

Model mostu, rozložení sil

Mirek Kubera

Výstup RVP: žák určí v konkrétních situacích síly a jejich momenty působící na těleso a určí výslednici sil

Klíčová slova: síla, moment síly, podmínky rovnováhy

Příprava na hodinu

Doba na přípravu:

10 min

Doba na provedení:

15 min

Obtížnost:

střední

Úkol Sestrojte model mostu, po kterém projíždí automobil. Proveďte experiment, který tento pohyb simuluje, a změřte síly, které působí na pilíře mostu. Výsledky porovnejte se silami vypočtenými na základě podmínek rovnováhy.

Odvoďte z podmínek rovnováhy vztahy pro velikosti sil působících na pilíře mostu:

$$F_1 = mg \frac{r_2}{l} \quad \text{a} \quad F_2 = mg \frac{r_1}{l}.$$

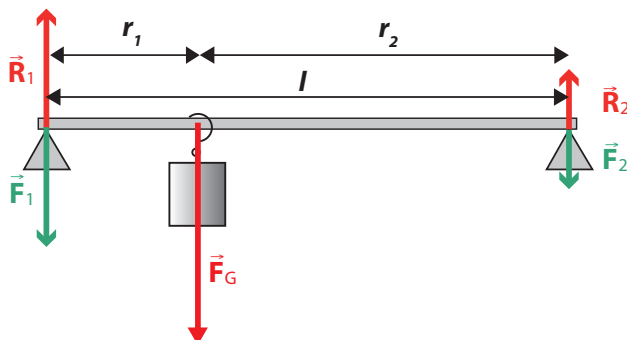
Pomůcky 2 stojany, 2 siloměry Vernier (rozsah 10 N), LabQuest, špejle se špendlíky na koncích, závaží 100 g

Teoretický úvod Pevné těleso, které se nachází v rovnováze, splňuje dvě podmínky rovnováhy:

Součet sil, které na něj působí, je roven nule.

Součet momentů těchto sil je také roven nule.

Matematicky vyjádřeno: $\sum \vec{F} = \vec{0}$ a $\sum \vec{M}(\vec{F}) = \vec{0}$.



Tyto podmínky jsou nutné, nikoliv dostačující. Těleso nesmí být ani v posuvném ani v otáčivém pohybu. Schéma zachycující modelovanou situaci je vidět na předchozím obrázku. Zapišme podmínky rovnováhy pro naši situaci. Síly působící na těleso mostu jsou: tíha automobilu $\vec{F}_G$ a reakce pilířů $\vec{R}_1$ a $\vec{R}_2$. Pro ně musí platit:

$$\vec{F}_G + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{0} \quad (1)$$

$$\vec{M}(\vec{R}_1) + \vec{M}(\vec{F}_G) + \vec{M}(\vec{R}_2) = \vec{0}. \quad (2)$$

První rovnice je splněním 1. Newtonova zákona. Druhá vyjadřuje součet momentů sil působících na těleso. Vyjádříme-li momenty sil například vůči působišti síly $\vec{F}_G$ a přejdeme-li od vektorových rovnic ke skalárním, dostanou obě rovnice následující tvar:

$$F_G = R_1 + R_2 \quad (1)$$

$$-R_1 r_1 + 0 + R_2 r_2 = 0 \quad (2)$$



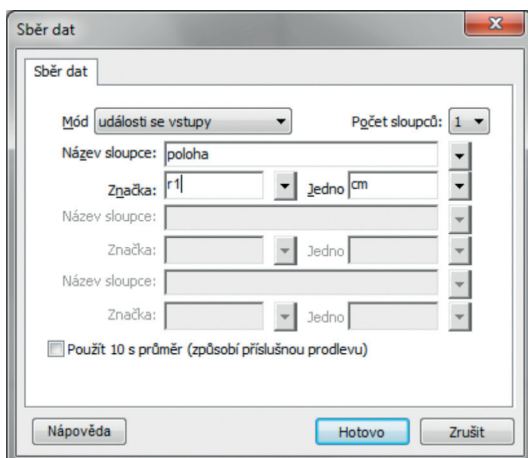
Model mostu, rozložení sil

Jejich řešením pak nalezneme výsledné vztahy pro velikosti sil R_1 a R_2 . Tyto velikosti jsou pak rovny silám F_1 a F_2 , kterými působí most na pilíře: $F_1 = mg \frac{r_2}{l} = mg \frac{l - r_1}{l}$ a $F_2 = mg \frac{r_1}{l}$. Tyto vztahy používáme k výpočtům a ověřujeme, zda odpovídají experimentu.

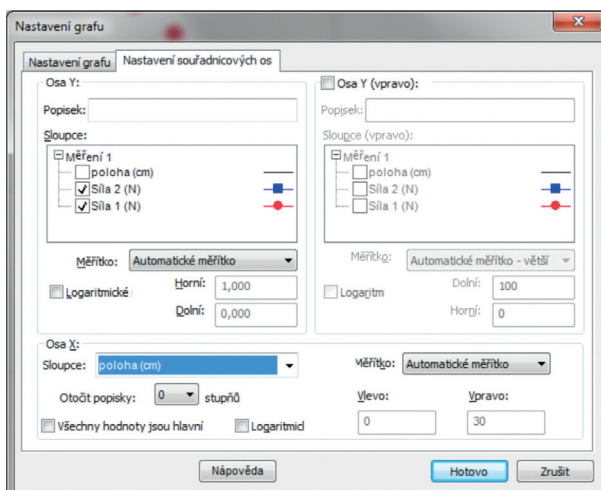
Vypracování Uchytíme dva siloměry na stojany přibližně do stejné výšky.



Mezi nimi zachytíme špejli do vodorovné polohy pomocí špendlíků. Špejle symbolizující most se nesmí při posouvání závaží pohybovat. Spustíme program Logger Pro a nastavíme měření. Ve **Sběru dat** nastavíme **Události se vstupy**. Událost, kterou budeme zadávat ručně, je poloha závaží r_1 v cm. Před vlastním měřením oba siloměry vynulujeme.

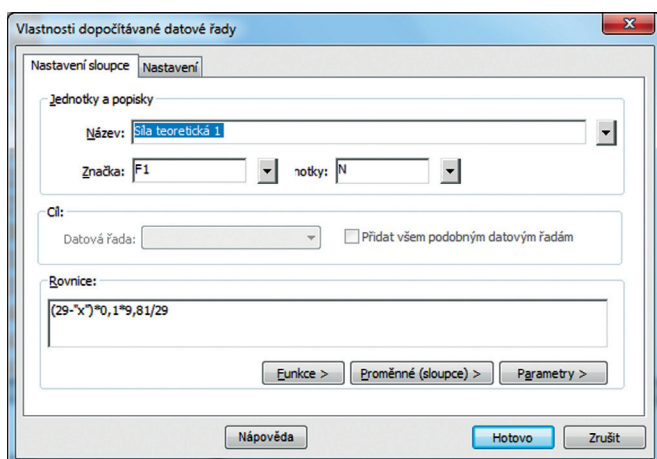


Dále nastavíme zobrazení grafu. Chceme zobrazit síly F_1 a F_2 působící na pilíře v závislosti na poloze závaží r_1 . Zvolíme tedy **Nastavení grafu** → **Nastavení souřadnicových os**. Zatrhneme možnost zobrazování síly F_1 a F_2 současně.



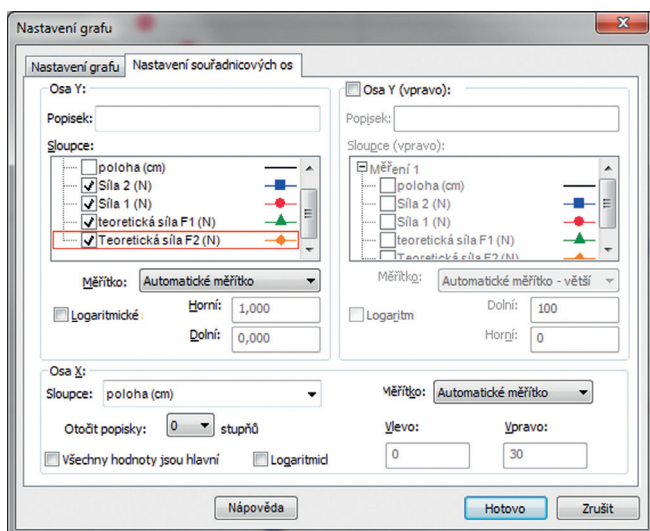
Poté již můžeme spustit samotné měření. Při něm posunujeme závaží 100 g po 1 cm od jednoho siloměru k druhému a měříme obě síly působící na pilíře mostu v závislosti na poloze závaží. Výsledky se ukládají do tabulky a na počítači pozorujeme vznikající graf.

Změřené hodnoty porovnáme s hodnotami vypočtenými z podmínek rovnováhy tělesa. Toto porovnání můžeme provést například graficky. Zadejme **Nový dopočítávaný sloupec**, respektive dva. Budeme chtít v programu Logger Pro zadat teoretické vzorce pro měřené síly. Zde je ukázka nastavení:



Takto vypočítáme sílu působící na první pilíř. V našem experimentu se od něj těleso vzdaluje. Zadaný vzorec odpovídá použitým podmínkám rovnováhy. Vzorec pro výpočet síly působící na druhý pilíř je analogický.

Všechny síly, ať už teoretické nebo prakticky naměřené, zobrazíme do jednoho grafu. Otevřeme **Nastavení grafu** a zde zatrhneme další dvě dopočítávané síly.

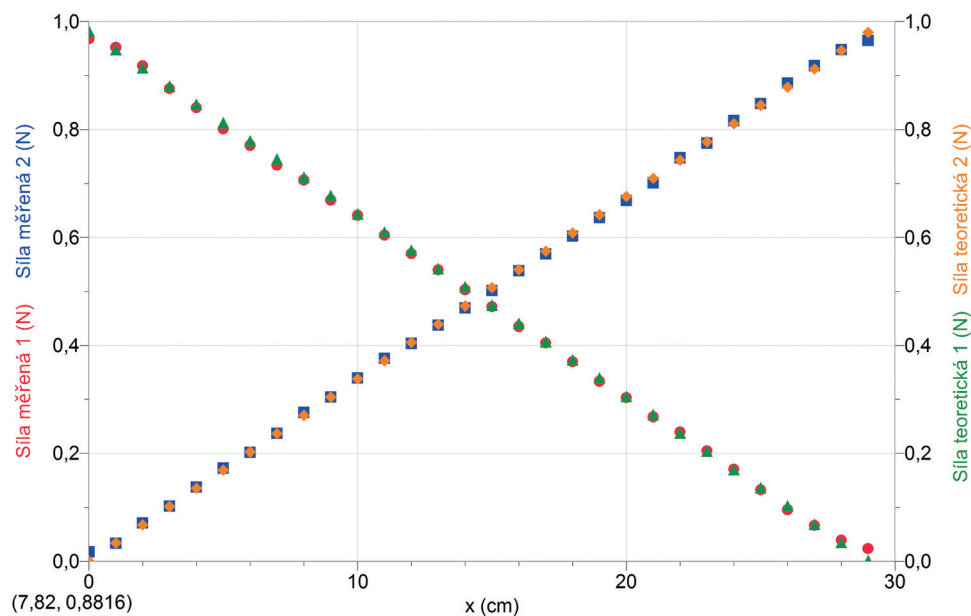




Model mostu, rozložení sil

Výsledky a výpočty Po ukončení měření, stejně jako v jeho průběhu, se můžeme zabývat porovnáním sil teoretických a skutečně naměřených působících na oba pilíře mostu. Shoda je více než dobrá, hodnoty naměřené a vypočítané si odpovídají. Podmínky rovnováhy tedy můžeme považovat za platné.

Porovnání sil



Tato úloha může být provedena dvěma způsoby – dle tohoto návodu jako demonstrační experiment, nebo jako laboratorní práce, kde měření provádějí sami studenti. Pro realizaci laboratorní úlohy potřebujeme pro každou skupinu dva siloměry, což se může ukázat jako nesplnitelný požadavek. Úloha měřená na počítači je podstatně rychleji provedená a je vhodné připravit doplňující úlohu, ať už praktickou nebo teoretickou.