

Deformační křivka pevných látek, Hookův zákon

Mirek Kubera

Výstup RVP: žák měří vybrané veličiny vhodnými metodami, zpracuje a vyhodnotí výsledky měření, analyzuje průběh deformace pružných těles v konkrétní situaci

Klíčová slova: síla, deformace, pevnost, pevné látky, modul pružnosti, relativní prodloužení, normálové napětí, Hookův zákon

Laboratorní práce

Doba na přípravu:

5 min

Doba na provedení:

70 min

Obtížnost:

střední

- Úkol**
- 1) Studujte, jak se mění délka drátu v závislosti na velikosti působící síly. Pokud je to možné, formulujte jednoduchý zákon, který její chování při deformaci popisuje.
 - 2) Určete hodnotu meze úměrnosti a meze pevnosti. Naměřené hodnoty porovnejte s různými běžnými materiály.

Pomůcky Počítač s programem Logger Pro, LabQuest, siloměr, sonar Go!Motion, tenké dráty různých materiálů (např. měděný drát 0,2 mm, chromnikl 0,2 mm)

Teoretický úvod Deformací pevného tělesa rozumíme změnu rozměrů, tvaru nebo objemu způsobenou vnějšími silami. Podle směru působení těchto sil rozlišujeme například deformaci v tahu, v tlaku, smykem apod. Při deformaci tahem působí na opačné konce materiálu stejně velké deformující síly. Tyto síly těleso natahují (působí směrem ven) a vyvolávají v tělese stav napjatosti popsaný veličinou normálové napětí σ_n . Toto napětí je definováno vztahem

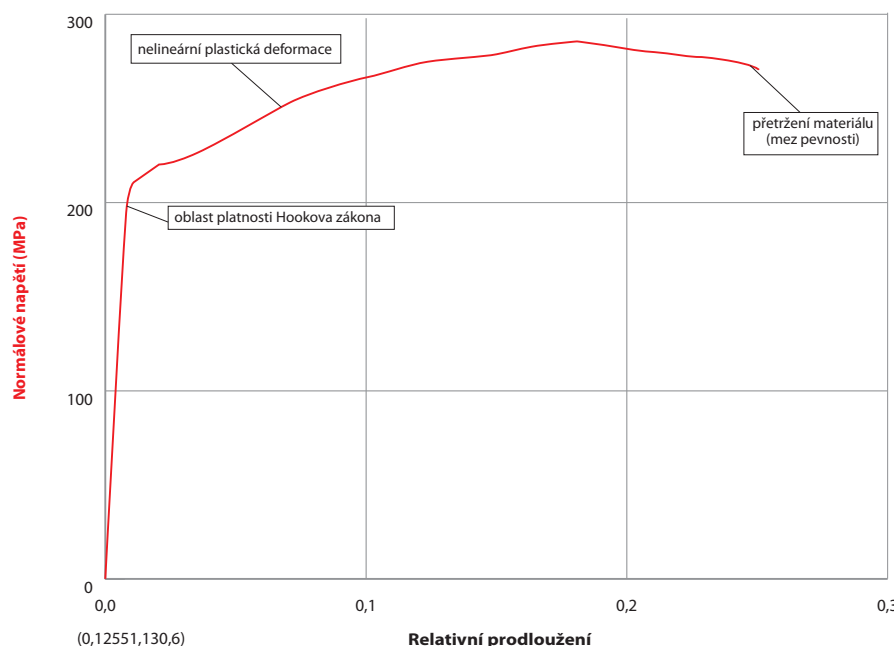
$$\sigma_n = \frac{F}{S} \quad (1), \text{ kde } F \text{ je velikost působící síly a } S \text{ obsah plochy příčného průřezu materiálu.}$$

Jeho jednotkou je tedy pascal (Pa).

Při deformaci tahem se délka tělesa (původně l_0) zvětšuje. Lze tedy definovat relativní prodloužení ε vztahem $\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (2)$. Je to bezrozměrná veličina, která se často vyjadřuje v procentech.

Vztah mezi těmito veličinami je znázorněn na grafu deformační křivky. Na vodorovnou osu umístíme relativní prodloužení ε a na svislou normálové napětí σ_n . Při vlastním měření umísťujeme na svislou osu působící sílu a na vodorovnou osu délku deformovaného drátu; teprve v závěru přepočteme naměřené hodnoty na normálové napětí a relativní prodloužení, ze kterých vykreslíme deformační křivku daného materiálu.

Deformační křivka (ukázka)



Deformační křivka pevných látek

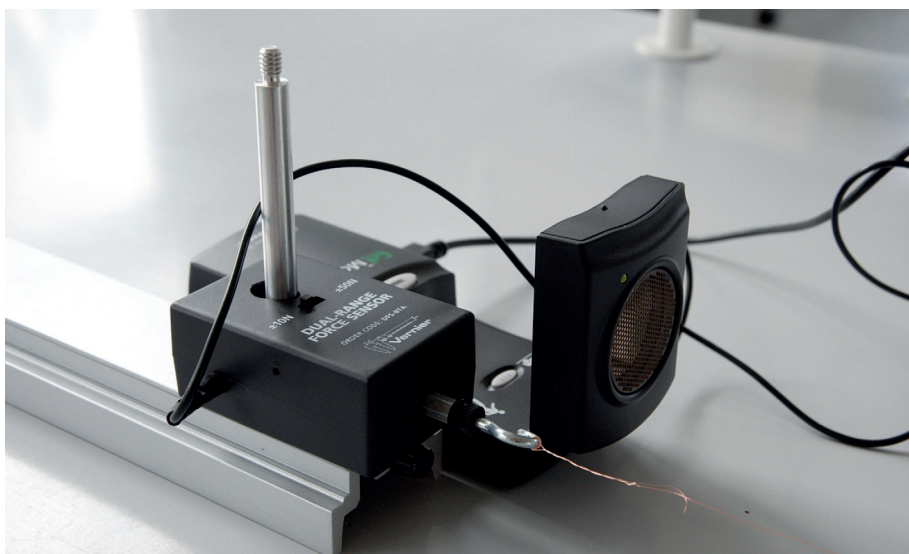
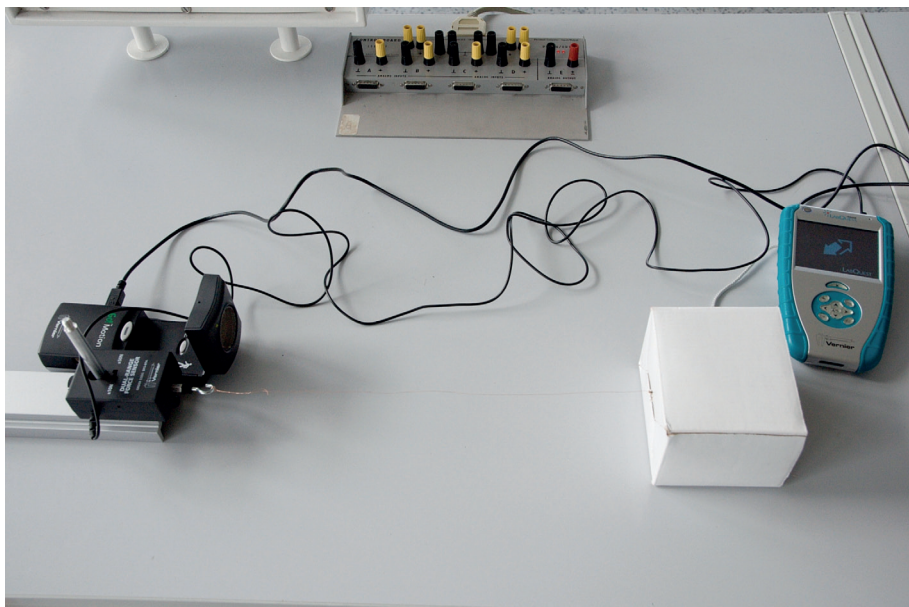
Hookův zákon

V první fázi – oblast platnosti Hookova zákona – je normálové napětí přímo úměrné relativnímu prodloužení. Můžeme psát $\sigma_n = E \cdot \varepsilon$. Koeficient přímé úměrnosti E je modul pružnosti v tahu (jednotkou je pascal, skutečné hodnoty jsou však dost velké, takže je vyjadřujeme v MPa). Mez pevnosti deformační křivku ukončuje, zde dochází k přetržení materiálu. Mez pevnosti stejně jako modul pružnosti jsou materiálové konstanty a lze je nalézt v tabulkách.

Lineární část grafu také přibližně odpovídá elastické deformaci tělesa. Jestliže deformační síly přestanou působit, těleso se vrátí do původního tvaru.

Po překročení této meze nastává plastická (trvalá) deformace. Těleso takzvaně „teče“. Poruchy způsobené v krystalové mříži působícími silami jsou již tak velké, že dochází k posouvání celých vrstev materiálu, jeho délka se velmi prodlužuje, aniž by bylo nutno působit obrovskými silami. Poté již dochází k přetržení materiálu.

Postup Odmotáme si přibližně 30 cm drátu. Jeden konec obtočíme kolem háčku siloměru, druhý konec například kolem tužky. Důležité je drát několikrát ovinout kolem háčku i tužky, aby nemohlo dojít při jeho natahování k proklouznutí. Siloměr zapojíme do LabQuestu, sonar do počítače. LabQuest spojíme kabelem USB s počítačem. Detaily uspořádání si můžete prohlédnout na následujících obrázcích.



Deformační křivka pevných látek Hookův zákon



Nastavíme měření: délka měření 20 s, vzorkovací frekvence 50 Hz. Protože budeme zobrazovat „deformační křivku“, musíme si v grafu zobrazit na svislou osu sílu F a na vodorovnou prodloužení drátu. Umístíme sonar vedle siloměru. Uchopíme do ruky tužku s jedním koncem drátu a lehce jej napneme. Sonar bude snímat vzdálenost ruky, a tím tedy jeho délku. Když tužku s rukou schováte do krabice, budou se ultrazvukové vlny lépe odrážet a lépe změříte délku drátu. Siloměr je nutné přidržovat druhou rukou. V tomto okamžiku vynulujeme siloměr **Experiment** → **Nulovat...** Sonar nenulujte, protože budete později určovat počáteční délku drátu.

Nyní již postupně napínáme drát, dokud nepraskne, a měříme odpovídající veličiny.

Zpracování Měření proběhne velice rychle, nastavený časový interval je vhodný pro pohodlnou manipulaci.

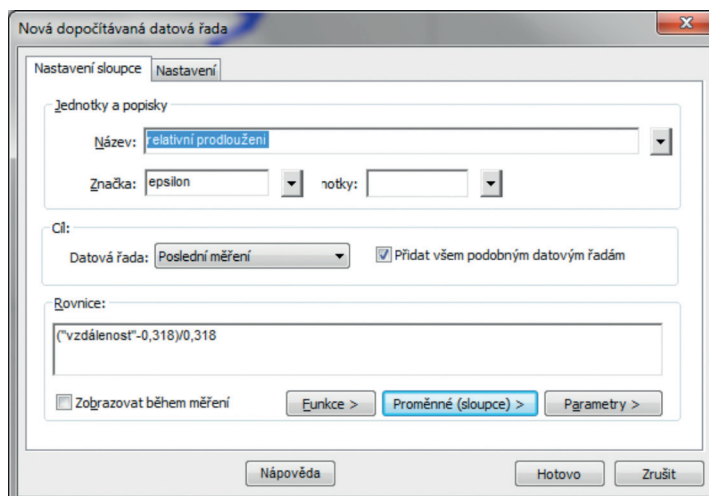
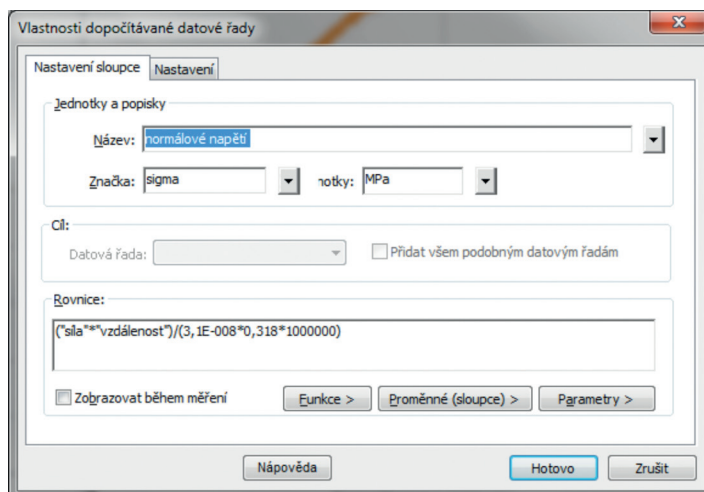
Hodnoty lze poměrně snadno přepočítat na požadované. Normálové napětí σ_n počítáme z naměřené síly F a odpovídajícího příčného průřezu S podle vztahu (1). Před deformací měl drát průřez S_0 a délku l_0 , při deformaci pak průřez S a délku l . Předpokládejme, že se při deformaci zachovává objem drátu, tedy že $S_0 \cdot l_0 = S \cdot l$. Snadno pak odvodíme, že průřez drátu při deformaci klesá s jeho aktuální délkou $S = S_0 \frac{l_0}{l}$. Relativní prodloužení pak počítáme

přímo ze vztahu (2). Před zadáním vzorce do nové datové řady musíme určit počáteční délku drátu l_0 . Nalezněte v tabulce hodnot první změřenou délku a tuto hodnotu si zapište jako l_0 . Pomocí mikrometru si změříme průměr drátu.

Deformační křivka pevných látek

Hookův zákon

Chceme-li tedy v programu Logger Pro zobrazit deformační křivku, zvolíme **Data→Nový dopočítávaný sloupec** pro Normálové napětí a Relativní prodloužení.

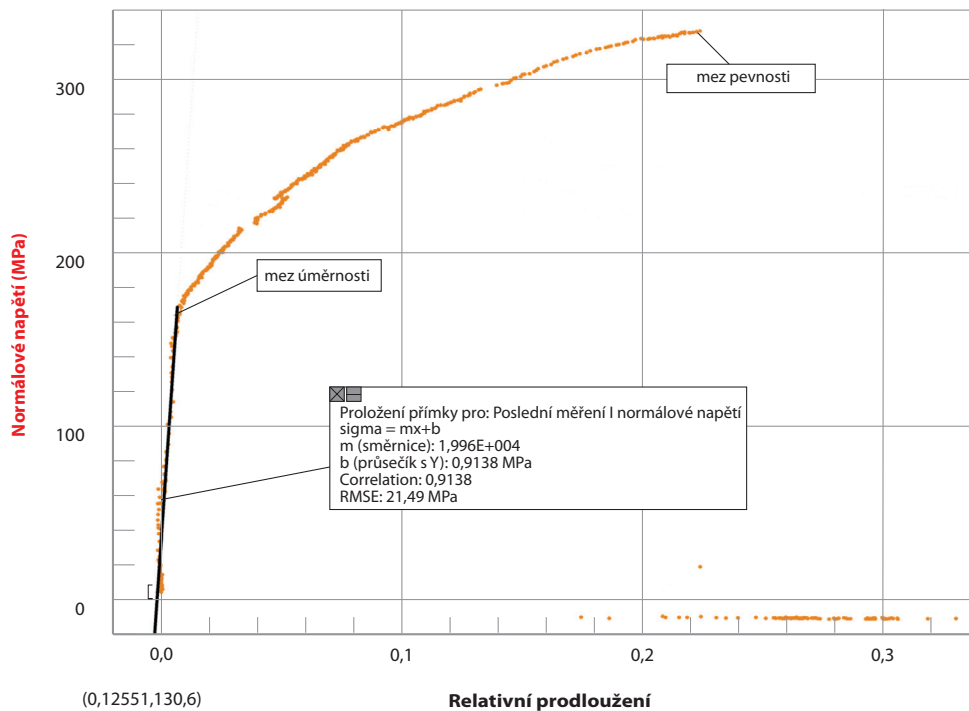
Ve finálním zobrazení umístíme na svislou osu grafu (**Nastavení→Nastavení grafu→Nastavení souřadnicových os**) „Normálové napětí“ a na vodorovnou osu „Relativní prodloužení“. Výsledek opět odpovídá běžné deformační křivce.

Deformační křivka pevných látek, Hookův zákon

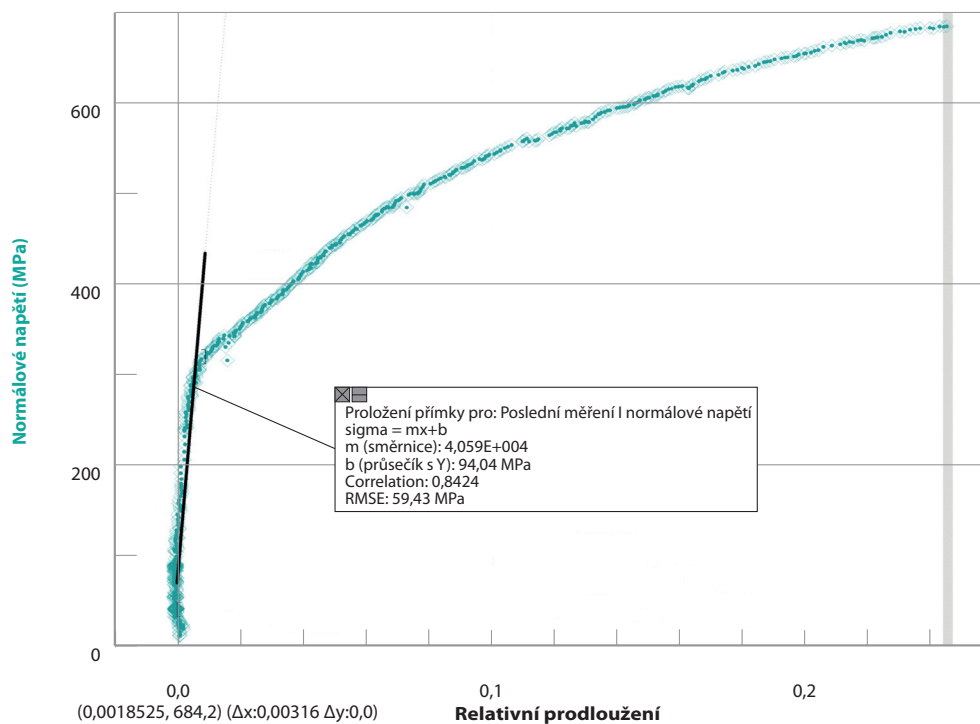
Mirek Kubera

Ukázka naměřených hodnot

**Deformační
křivka
(měděný drát
0,2 mm)**



Z grafu, ve kterém je lineární část – oblast platnosti Hookova zákona – proložená přímkou, můžeme odečíst modul pružnosti v tahu $E = 20$ GPa. Tuto hodnotu nalezneme jako směrnici proložené přímkou. Tabulková hodnota modulu pružnosti mědi v tahu je 120 GPa. Mez pevnosti odpovídá poslední naměřené hodnotě normálového napětí. Z grafu či tabulky můžeme odečíst hodnotu $\sigma_p = 327$ MPa (tabulková hodnota je přitom 210 MPa). Opakovaná měření, prováděná autorem i jinými osobami, dávají hodnoty meze pevnosti od 275 MPa do 363 MPa. Modul pružnosti v těchto měřeních vychází od 5 GPa do 11 GPa. Hodnoty se tedy značně liší od tabulkových. I přesto můžeme úlohu doporučit k realizaci se studenty. Vhodné je porovnat dva různé dráty, například měď a chromnikl.

Deformační křivka pevných látek
Hookův zákon**Deformační
křivka
(chromnikl
0,2 mm)****Použité** <http://fyzweb.cuni.cz/knihovna/deformace/index.htm>
zdroje