

Kinematika mechanického kmitání

Vojtěch Beneš

Výstup RVP: žák užívá základní kinematické vztahy při řešení problémů a úloh o pohybech

Klíčová slova: mechanické kmitání, kinematika, harmonický oscilátor

Příprava na hodinu

Doba na přípravu:

5 min

Doba na provedení:

25 min

Obtížnost:

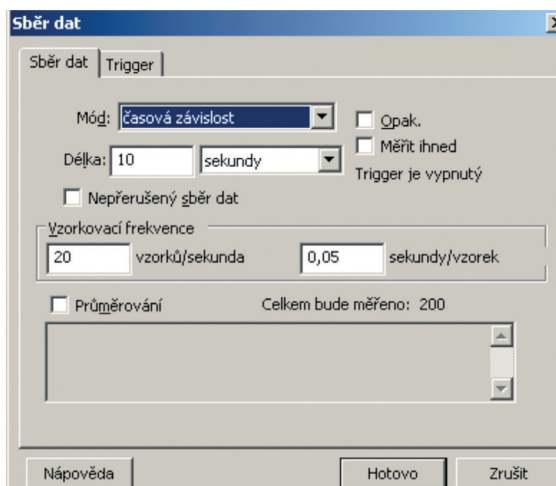
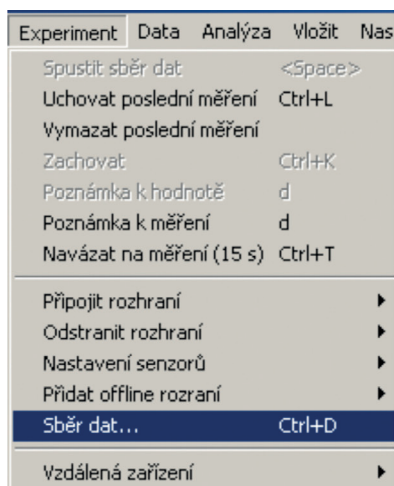
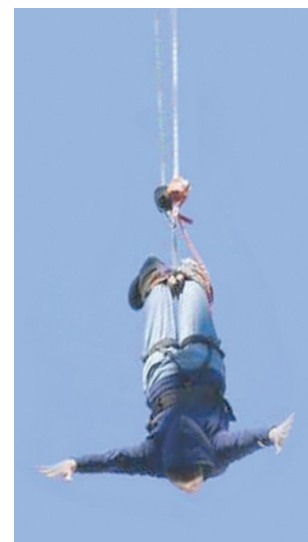
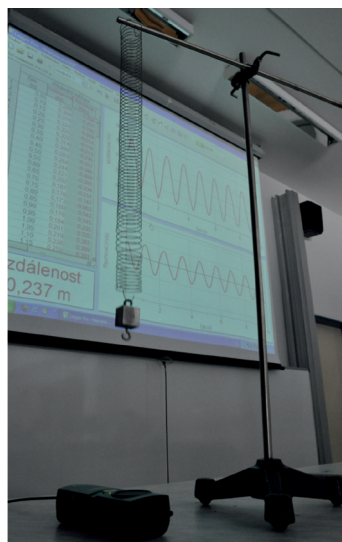
střední

Úkol V reálném čase prozkoumejte časové závislosti polohy, rychlosti a zrychlení pro netlumený a tlumený volný mechanický oscilátor.

- 1) Zaznamenejte polohu, rychlost a zrychlení závaží svisle kmitajícího na pružině.
- 2) Z grafů určete základní charakteristiky pohybu.
- 3) Porovnejte kmitání závaží o různých hmotnostech.
- 4) Porovnejte tlumený a netlumený oscilátor.

Pomůcky Stojan, svorka, tyčka, pružina s nepříliš velkou tuhostí, závaží 50 g, 100 g, 200 g, sonar Go!Motion, počítač s programem Logger Pro, karton 20 x 20 cm

- Vypracování**
- Ke stojanu svorkou připevněte vodorovnou tyčku, na niž zavěste pružinu. Na konec pružiny připevněte závaží.
 - Pod závaží umístěte sonar (přepínač v poloze „vozíček“) a ten zapojte do USB portu počítače. Je třeba, aby bylo závaží v každém okamžiku pohybu minimálně 15 cm nad mřížkou sonaru.
 - V programu Logger Pro v menu **Experimenty** → **Sběr dat** nastavte dobu měření 10 s, ostatní parametry ponechte (viz níže).
 - Uvedte oscilátor do pohybu a měření zahajte kliknutím na  **Sběr dat**.

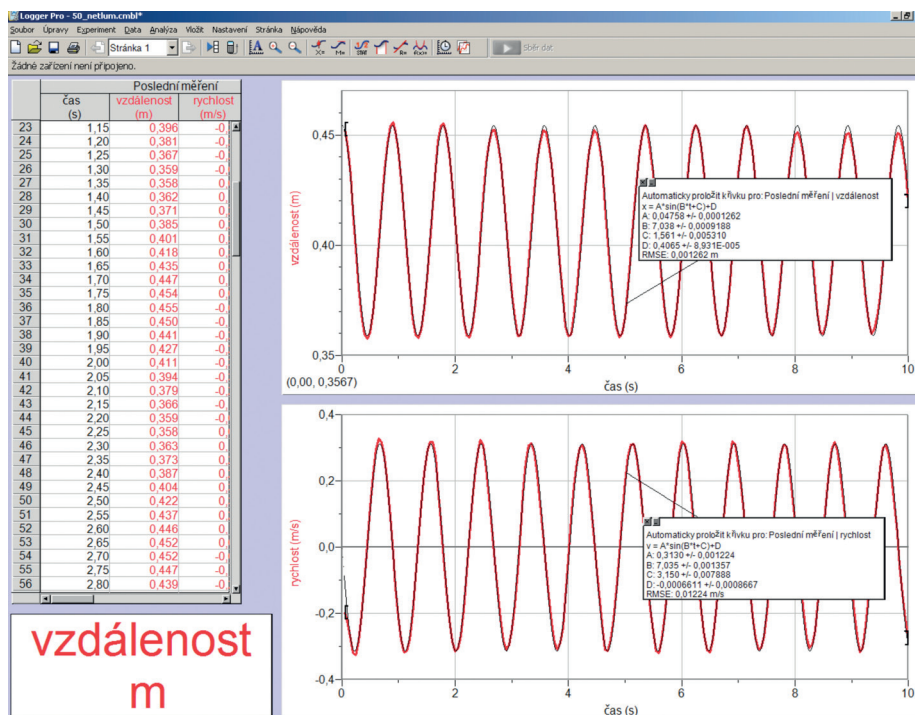




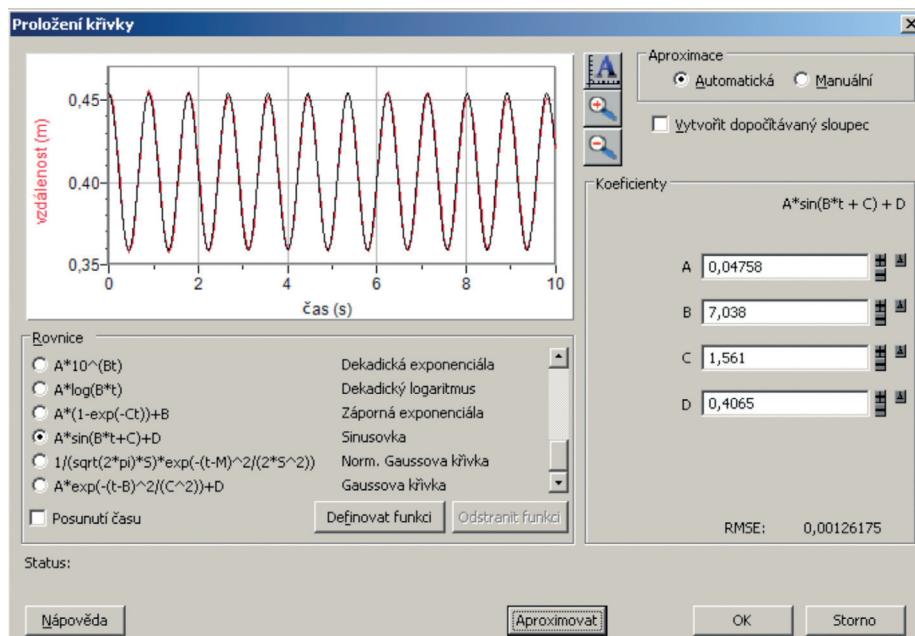
Kinematika mechanického kmitání

 úloha
 29

Výsledky Hmotnost 50 g, bez kartonu

 Kmitání
 volné
 netlumené


Proložení se provede v menu **Analýza** → **Proložit křivku ...**, po výběru sinusoidy kliknout na **Aproximovat**. Pokud proložení křivky „sedí“, potvrdit.



Interpretace Graf závislosti polohy na čase

Grafem je sinusoida $y(t) = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) + D$

A je maximální výchylka (amplituda) v metrech, $A = y_m = 4,76 \text{ cm}$

B je rovná úhlová frekvence v rad/s, $\omega = 2\pi f = 2\pi/T = 7,038 \text{ rad/s}$

C je počáteční fáze v radiánech (zde mezi 0 a 2π), $\varphi_0 = 1,56 \text{ rad}$

D je výška rovnovážné polohy nad sonarem, $D = 40,7 \text{ cm}$

Graf závislosti rychlosti na čase

Grafem je sinusoida $v(t) = v_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$

A je amplituda rychlosti, čili maximální rychlost, je možno číselně ověřit vztah

$v_m = \omega y_m = 7,038 \cdot 0,0476 = 0,335 \text{ m/s}$. Rozdíl oproti hodnotě $0,313 \text{ m/s}$ je dán numeric-kou derivací.

B je úhlová frekvence totožná s předchozím grafem

C je počáteční fáze $\varphi_1 = \varphi_0 + \frac{\pi}{2} = 3,15 \text{ rad}$

D je nula (rychlost kmitá kolem nuly)

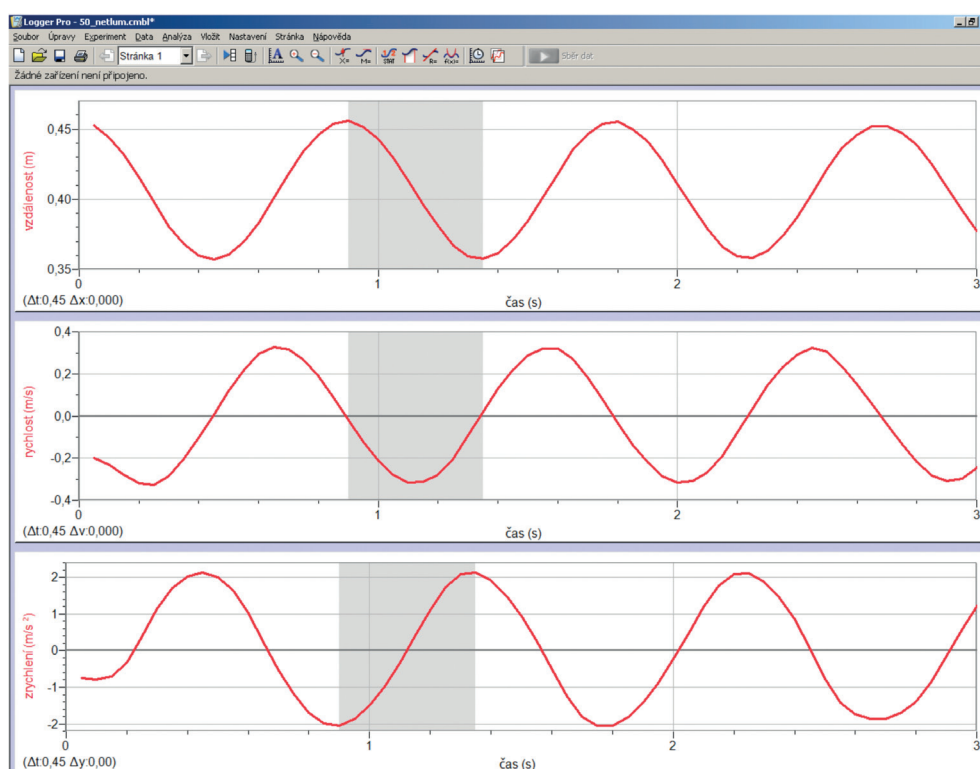
Graf zrychlení zobrazíme příkazem menu **Vložit**→**Graf**.

Automatické uspořádání oken lze provést klávesovou zkratkou **CTRL + R**.

**Fázový posuv
rychlosti
a zrychlení
vůči grafu
polohy**

V těchto třech grafech studenti názorně vidí, že když je výchylka maximální, je rychlost nulová a zrychlení dosahuje maximální velikosti. Naopak když je výchylka z rovnovážné polohy nulová, je rychlost maximální a zrychlení v tento okamžik rovněž nulové.

Vyždřeno řeči matematiky, cosinus má maximum právě tehdy, když sinus je nula, a naopak.



Kinematika mechanického kmitání

Význam Pro pokročilejší studenty (4. ročník) je možné názorně vysvětlit význam derivace.

derivace Derivace je mírou změny dané veličiny, říká „jak moc“ se daná veličina mění.

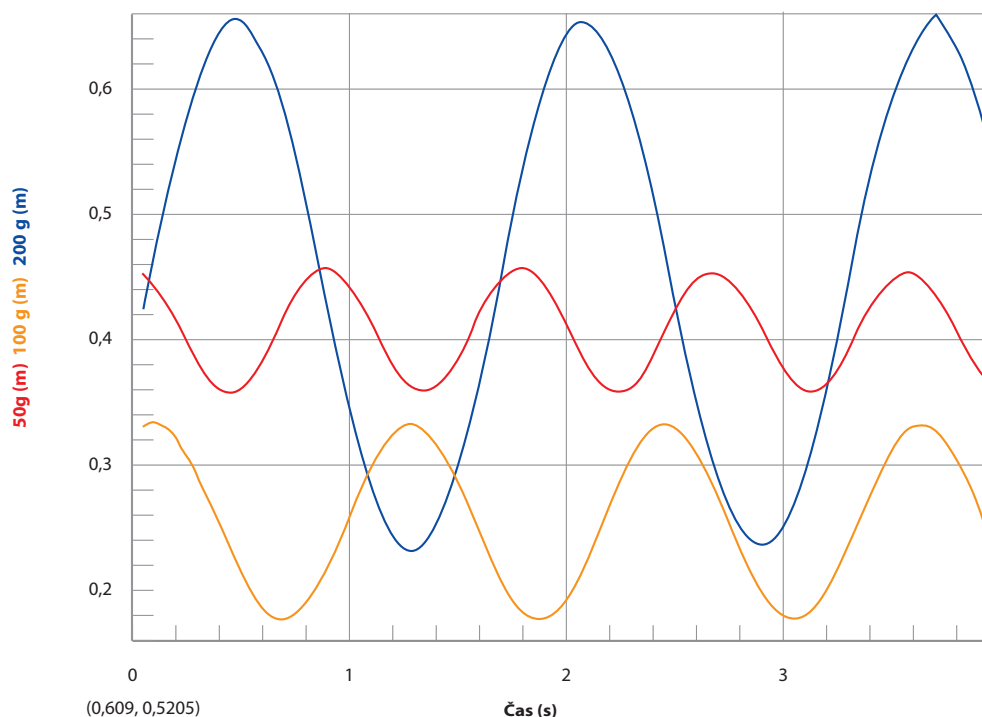
Klesá-li poloha, její derivace (rychlost) je záporná.

V okamžiku, kdy poloha nabývá maxima (minima), je její derivace nula.

V intervalu, kde poloha roste, je derivace kladná (podobně pro zrychlení).

Závislost periody na hmotnosti Teoreticky lze odvodit $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$, kde m je hmotnost závaží a k je tuhost pružiny. Zvětšíme-li hmotnost čtyřikrát, stoupne perioda dvakrát. Následující graf je možno obdržet postupným přidáváním měření: naměřit kmity se závažím 50 g, v menu **Experiment** kliknout na **Uchovat poslední měření** a totéž provést pro 100 g a 200 g.

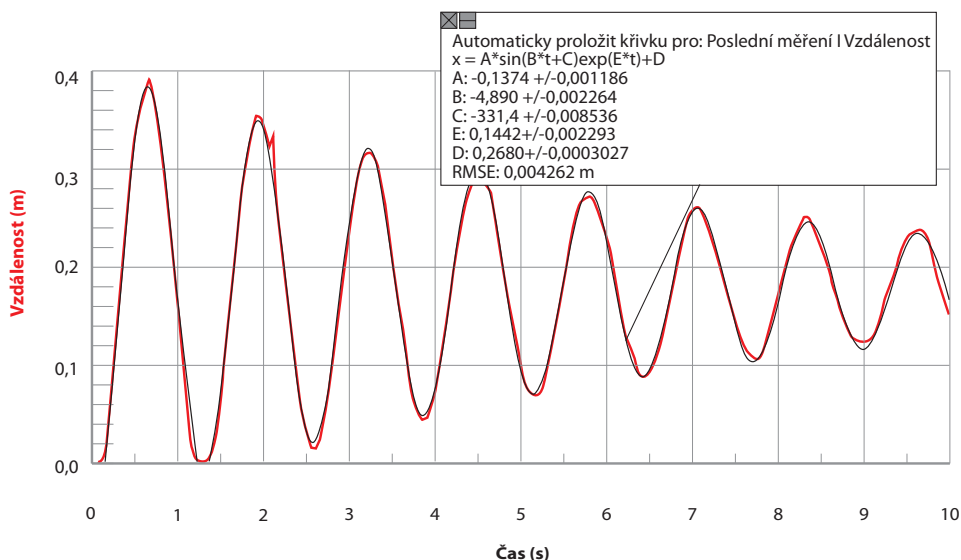
Graf závislosti polohy na čase



Perioda při 200 g není přesně dvakrát větší než u 50 g, protože ke hmotnosti oscilátoru přispívá i pružina.

Tlumené kmity K pozorování tlumených kmitů připevníme k závaží 50 g karton o rozměrech 20 x 20 cm.

Graf závislosti polohy na čase



Není-li tlumení příliš velké, vykonává oscilátor opět sinusové kmity, jejichž amplituda se s časem snižuje. V tomto případě není odporová síla vzduchu zanedbatelná. Protože směřuje vždy proti směru pohybu, koná zápornou práci. S poklesem amplitudy se snižuje i mechanická energie oscilátoru – mechanická energie se přeměňuje na vnitřní energii (oscilátoru a vzduchu).

Pokročilé zpracování Vhodné jen pro matematicky zdatné (4. ročník SŠ nebo 1. ročník VŠ).

V Logger Pro je možné definovat vlastní funkci, kterou chcete prokládat danou křivku (menu **Analýza**→**Proložit křivku...**). Zkusil jsem exponenciálně tlumenou sinusoidu s 5 parametry $f(t) = A \cdot \exp(-E \cdot t) \cdot \sin(B \cdot t + C) + D$

K mému příjemnému překvapení to program zvládl a prokázal, že modelování tlumení členem úměrným rychlosti daným experimentálními podmínkám odpovídá.

