

Studium kmitavého pohybu a určení setrvačné hmotnosti tělesa

Eva Bochníčková

Výstup RVP: žák měří vybrané veličiny vhodnými metodami, zpracuje získaná data formou grafu

Klíčová slova: kmitání, tuhost pružiny, perioda

Laboratorní práce

Doba na přípravu:

5 min

Doba na provedení:

90 min

Obtížnost:

střední

- Úkol**
1. Sledujte, jak souvisí rychlost a zrychlení při harmonickém kmitání s okamžitou výchylkou.
 2. Změřte tuhost pružiny.
 3. Z časové závislosti vratné síly při kmitání určete hmotnost tělesa, porovnejte ji s hodnotou získanou vážením a výsledky diskutujte.

Pomůcky Pružina, závaží, stativ, LabQuest, siloměr Vernier, sonar Go!Motion, digitální váha

Teoretický úvod Mechanický oscilátor může být realizován tělesem o hmotnosti m zavěšeným na pružině, které vykonává kmitavý pohyb kolem rovnovážné polohy. Hlavními charakteristikami tohoto typu pohybu jsou

perioda T (s) – doba trvání jednoho kmitu,

frekvence f (Hz) – počet kmitů za 1 s,

okamžitá výchylka y (m) – vzdálenost od rovnovážné polohy,

amplituda y_m (m) – maximální výchylka.

Pro periodu tohoto oscilátoru platí vztah $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$. Veličina k v této rovnici je tzv. tuhost pružiny. Přitom platí, že tuhost pružiny je tím větší, čím větší sílu F potřebujeme k jejímu prodloužení o danou délku Δl . Platí tedy vztah $k = \frac{F}{\Delta l}$.

Po protažení pružiny a následném uvolnění způsobí síla pružnosti harmonický kmitavý pohyb tělesa. Jedná se o pohyb nerovnoměrný.

Pro úhlovou frekvenci ω_0 vlastního kmitání lze odvodit vztah $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ a odtud hmotnost tělesa $m = \frac{k}{\omega_0^2}$.

Vypracování Úkol 1.

Kinematika kmitavého pohybu

Sledujte, jak souvisí rychlost a zrychlení při harmonickém kmitání s okamžitou výchylkou.

Postup:

1. Na stojan upevníme siloměr a na jeho háček zavěsíme pružinu se závažím.
2. Přesně pod závaží položíme sonar Go!Motion. Výšku stojanu upravíme tak, aby minimální vzdálenost závaží od mřížky sonaru neklesla při kmitání pod 15 cm. Sonar přepneme do režimu „voziček“ a zapojíme jej do USB portu počítače.
3. Spustíme program Logger Pro. Měřit budeme automaticky nastavenou časovou závislost $y = f(t)$ a $v = f(t)$.
4. Pro sledování závislosti zrychlení na čase zvolíme nabídku **Vložit** → **Graf**, a tím umístíme na plochu graf $a = f(t)$. Tlačítkem **Ctrl+R** se grafy automaticky uspořádají do okna.
5. Po ustálení závaží v rovnovážné poloze vynulujeme čidlo (**Experiment** → **Nulovat...**). Pak rozkmitáme pružinu a spustíme **Sběr dat**. Na pracovní ploše získáme současně všechny potřebné závislosti a provedeme vyhodnocení.

Studium kmitavého pohybu a určení setrvačné hmotnosti tělesa



Otázky:

- Jakých hodnot nabývají rychlost a zrychlení v okamžiku, kdy je vzdálenost od rovnovážné polohy maximální?
- Jakých hodnot nabývají rychlost a zrychlení v okamžiku, kdy je těleso v rovnovážné poloze?

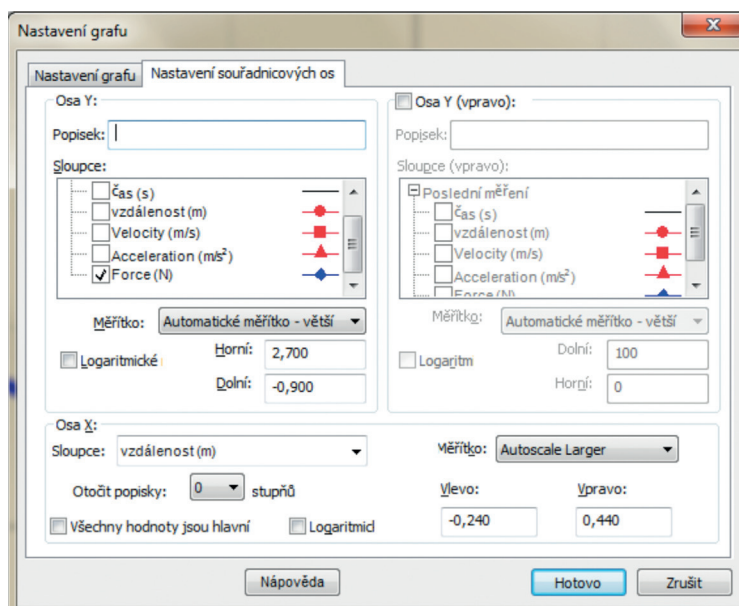
Úkol 2.

Dynamika kmitavého pohybu

Určete tuhost použité pružiny.

Postup:

- K LabQuestu připojíme siloměr a propojíme LabQuest s počítačem. Sonar zůstává stále připojen. Na siloměru nastavíme rozsah 10 N.



Studium kmitavého pohybu a určení setrvačné hmotnosti tělesa

úloha
31

- Nastavíme grafický výstup pro závislost $F = f(y)$: v menu **Nastavení** → **Nastavení grafu** na záložce **Nastavení souřadnicových os** v položce **Osa Y** zatrhneme veličinu **Síla** (Force) a v položce **Osa X** vybereme veličinu **vzdálenost (m)**.
- Před začátkem měření vynulujeme obě čidla.
- Daty proložíme přímkou (**Analýza** → **Proložit přímkou**) a odečteme její směrnici, jejíž velikost je rovna tuhosti pružiny.

$k =$

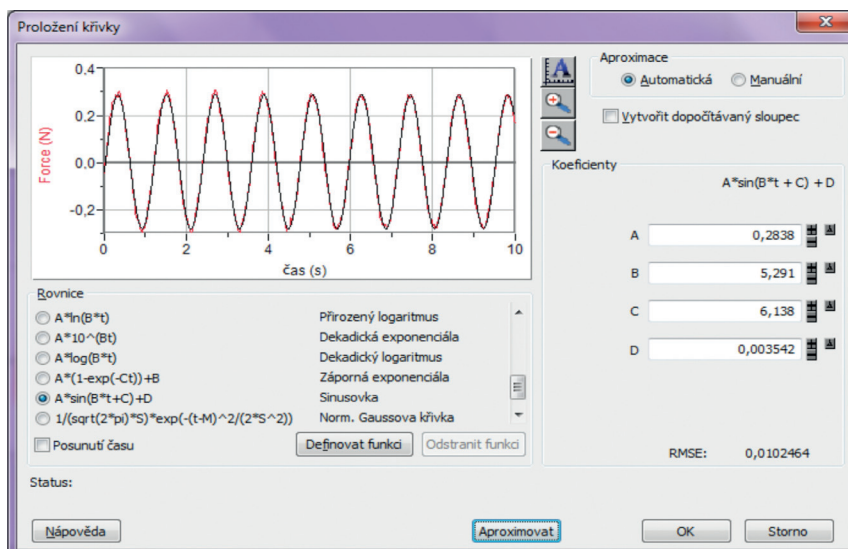
Úkol 3.

Dynamické měření hmotnosti kmitajícího tělesa

Z časové závislosti vratné síly při kmitání určete hmotnost tělesa, porovnejte ji s hodnotou získanou vážením a výsledky diskutujte.

Postup:

- Odpojíme sonar od počítače, zůstává připojen jen LabQuest se siloměrem.
- Závaží opět zastavíme v rovnovážné poloze a siloměr vynulujeme.
- Ponecháme automaticky přednastavenou časovou závislost. Po dobu 10 s měříme závislost síly na čase.
- Po ukončení měření proložíme získanými daty křivku (**Analýza** → **Proložit křivku**) – viz obrázek.



Srovnáním rovnice pro harmonické kmitání $y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ s rovnicí obecné sinusoidy vyplývá, že koeficient B se rovná úhlové frekvenci kmitání.

$\omega =$

Dopočítáme hmotnost tělesa m_K .

$m_K =$

- Na vahách určíme hmotnost tělesa m_V . S velkou pravděpodobností hmotnost m_K získaná pomocí kmitů se liší od hmotnosti m_V získané vážením. Proč?

Teoretický vztah pro úhlovou frekvenci byl odvozen za předpokladu, že pružina má nulovou hmotnost. Toto však nelze nikdy splnit. Ve skutečnosti spolu se závažím kmitá i sama pružina, což při dynamickém měření hmotnosti kmitajícího tělesa je zdrojem systematické chyby. Hmotnost tělesa určená touto dynamickou metodou proto vždy vychází větší než hmotnost skutečná. Ověřte toto tvrzení.

Studium kmitavého pohybu a určení setrvačné hmotnosti tělesa

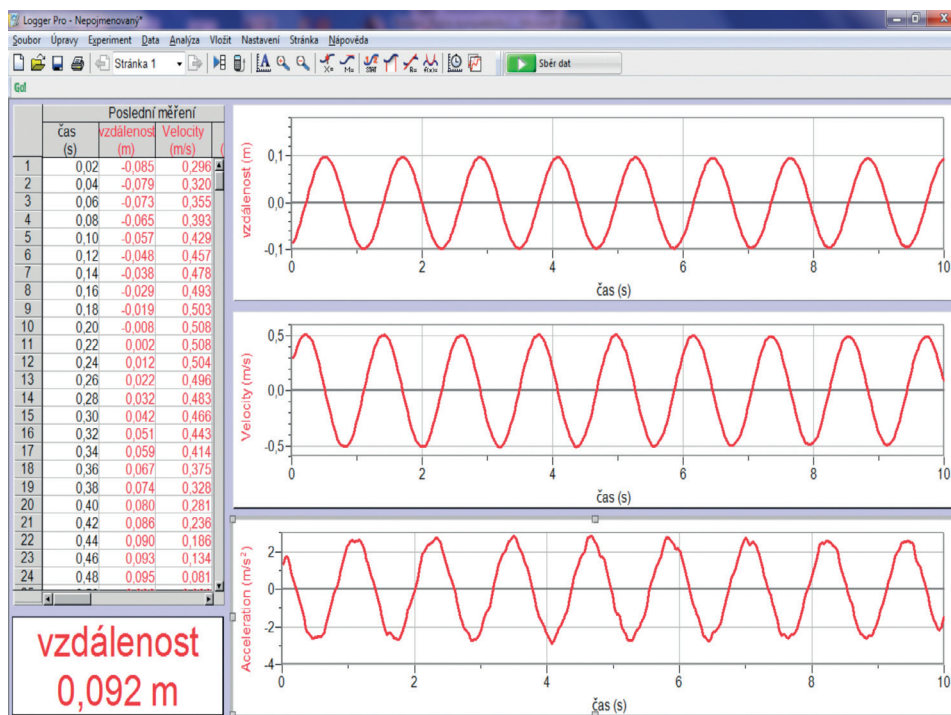
Eva Bochníčková

Úkol 1.

Je vhodné zvolit

- **pružina** – malá tuhost, závity se nedotýkají,
- **závaží** – nepřiliš malé, hmotnost přibližně 200 g (čím větší tuhost, tím těžší závaží),
- **pohyb** – amplituda cca 20 cm, rovnovážná poloha 50 cm nad sonarem.

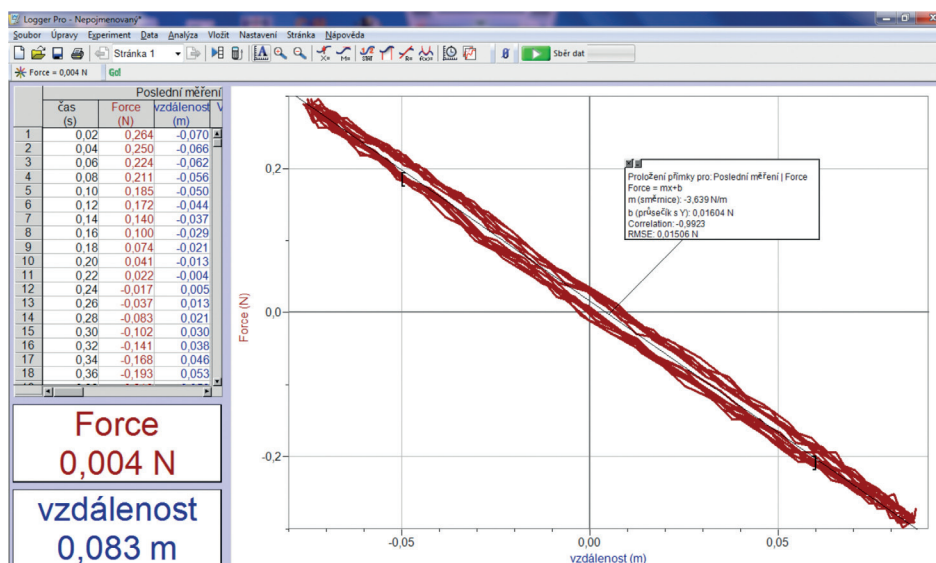
Pozor na předměty, které by mohly odrážet zvukové vlny – odstranit všechny překážky z dosahu kužele sonaru.



Pro diskusi tohoto měření lze s výhodou zvolit čas 2 s, kdy se těleso nachází v rovnovážné poloze a tomuto odpovídá amplituda velikosti rychlosti a nulová hodnota zrychlení. Podobný odečet lze provést pro amplitudu výchylky.

Studium kmitavého pohybu a určení setrvačné hmotnosti tělesa

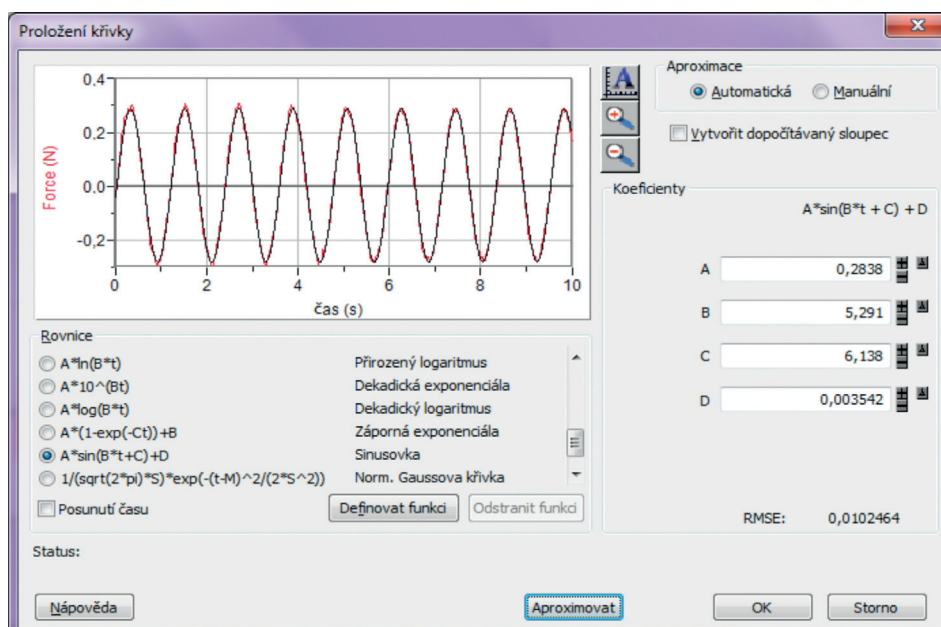
Úkol 2.



Tuhost pružiny je dána směrnici $k = 3,639 \text{ N/m}$. Záporné znaménko souvisí s uspořádáním experimentu (sonar dole, siloměr nahoře), kdy při maximální síle je vzdálenost od sonaru minimální.

(Chceme-li mít kladnou sílu pro kladnou výchylku v menu **Experiment** → **Nastavení senzorů**, vybereme **Go!Motion** a po kliknutí na ikonu **Go!** zvolíme **Opačný směr**.)

Úkol 3.



Úhlová frekvence $\omega = 5,291 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Hmotnost $m_k = 130 \text{ g}$

Hmotnost $m_v = 102 \text{ g}$

Skutečně se tedy projevil nesoulad ve výsledcích a hmotnost tělesa určená dynamickou metodou vyšla větší než hmotnost skutečná. Hmotnost pružiny m_p byla 48 g, což je přibližně polovina hmotnosti tělesa, a nelze ji tedy zanedbat. Tato metoda proto není příliš vhodná pro určování hmotnosti těles. Výsledek můžeme využít a studentům ukázat, že velké množství vztahů mezi fyzikálními veličinami jsou jen aproximace, které nám sice pomáhají pochopit fyzikální podstatu sledovaného děje, ale reálná situace je často mnohem složitější.